Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Society of Manufacturing Engineering of Iran

Modeling Large Deflection of the Chromium Nanobeams using the Design of Experiments Method

Research Article

Vahid Modanloo[1], Yasser Taghipour Lahijani[2], Ahmad Mashayekhi[3], Behnam Akhoundi[4]

DOI: 10.22067/jacsm.2023.83862.1198

1. Introduction

Inspired by the works of other researchers, including the analysis of nanobeams, nanotubes, nanowires, nanosheets, and nanoshells, the large deflection of chromium nanobeams investigated in this study. These systems have many applications in electromechanical and biological industries due to their unique mechanical properties. With the increase in the need for these structures, we cannot ignore the previous activities. Many of these studies are limited to simulating the experimental data of chromium nanobeams and predicting their behavior using finite element methods. In the meantime, activities were also carried out to provide models for the introduction of large deflection nanobeams and curved nanobeams. Moreover, the researchers investigated porous, functionally graded, multilayer, piezoelectric, and piezomagnetic structures in environments such as viscoelastic to expand their knowledge about this structure. The purpose of this study was to show the ability of the design of the experiment method to simulate the deflection of cantilever chromium nanobeams. For this purpose, the impact of length and force was investigated using the design of 100 experiments through applying factorial method on the nanobeam. In the end, using the regression method, the behavior of the nanobeam was predicted.

Table 1. Results of the deflection

Test no,	Deflection (nm)	Test no,	Deflection (nm)	Test no,	Deflection (nm)	Test no,	Deflection (nm)
1	-320.463	26	-7.191	51	-112.903	76	-99.593
2	-78.412	27	-208.242	52	-60.023	77	-5.198
3	-166.996	28	-16.146	53	-136.83	78	-51.007
4	-32.952	29	-280.776	54	-103.699	79	-72.995
5	-294.101	30	-4.292	55	-144.407	80	-18.876
6	-227.324	31	-20.65	56	-106.635	81	-52.878
7	-183.413	32	-189.816	57	-121.448	82	-27.947
8	-167.38	33	-29.647	58	-29.722	83	-8.422
9	-162.278	34	-238.474	59	-61.99	84	-270.324
10	-47.069	35	-58.141	60	-212.576	85	-42.257
11	-184.88	36	-131.348	61	-81.078	86	-53.245
12	-67.169	37	-36.831	62	-42.001	87	-28.025
13	-10.816	38	-23.892	63	-155.78	88	-188.934
14	-90.11	39	-247.726	64	-36.194	89	-44.526
15	-10.673	40	-148.399	65	-18.378	90	-198.764
16	-240.943	41	-8.581	66	-4.995	91	-37.915
17	-158.807	42	-18.521	67	-47.087	92	-53.732
18	-24.879	43	-318.909	68	-17.589	93	-22.104
19	-116.469	44	-101.585	69	-45.691	94	-25.982
20	-260.448	45	-70.927	70	-7.604	95	-284.122
21	-214.914	46	-21.531	71	-4.923	96	-177.187
22	-242.2	47	-59.485	72	-89.645	97	-11.872
23	-65.971	48	-207.924	73	-12.489	98	-203.872
24	-32.528	49	-130.046	74	-91.2	99	-81.158
25	-230.204	50	-365.785	75	-36.198	100	-26.115

[*]Manuscript received: August 10, 2023. Revised, August 30, 2023, Accepted, October 3, 2023.

1 Corresponding author. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran. **Email**: v.modanloo@sirjantech.ac.ir

[2]. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Iran, Rafsanjan, Iran.

3. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran

4. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran

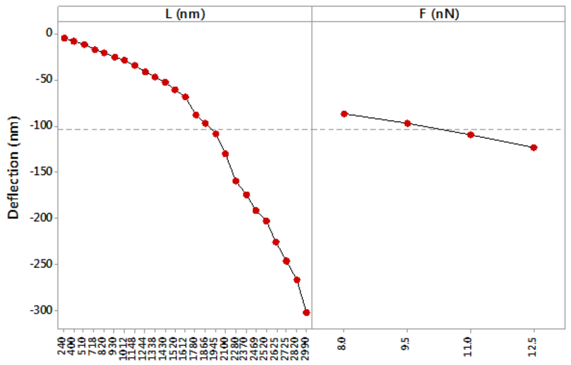


Figure 1. The impacts of the input parameters on the deflection

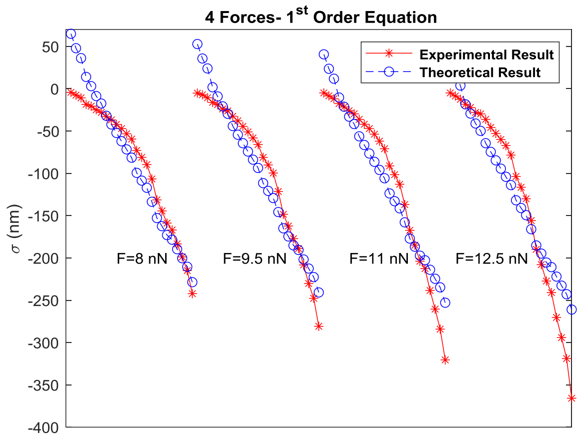


Figure 2. The first-order regression model versus experimental data

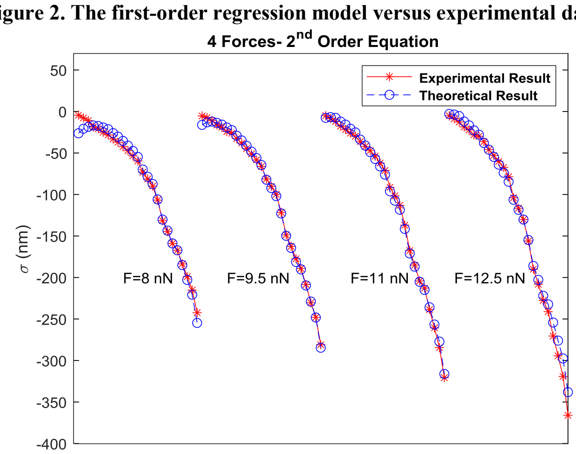


Figure 3. The second-order regression model versus experimental data

2. Results

Table 1 shows the results of the experiments designed on the deflection of nanobeams.

Figure 1 shows the impact of two parameters of force and length on the deflection of nanobeams considering 4 force levels (8, 9.5, 11, and 12.5 nano-Newtons).

In the next step, the deflection of nanobeams by applying four forces was investigated using regression analysis in three cases of first-order equations, second-order equations, and third-order equations based on the input parameters. Figure 2 shows the experimental results and the results of regression analysis for force and length parameters in the case of first-degree equations.

Next, the quadratic equation was used to predict the deflection of the nanobeam. It shows the quadratic regression model for the nanobeam beam based on the input parameters, in which R2 equal to 99.61% was obtained (Figure 3).

In the end, in order to reach the regression model with higher accuracy, the third-order equation was used to predict the deflection of nanobeam. The third-order regression model for the nanobeam beam was obtained based on the input parameters, and the R2 value was equal to 99.95% (Figure 4).

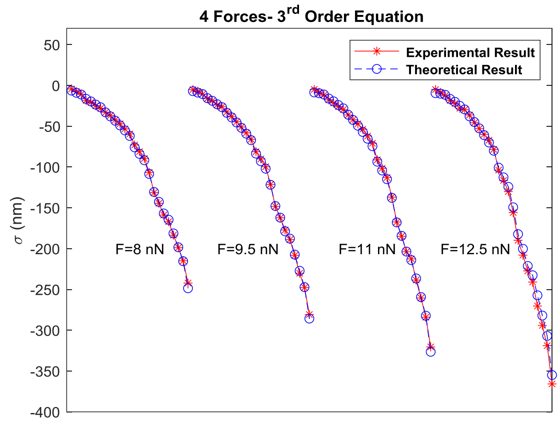


Figure 4. The third-order regression model versus experimental data

According to Table 2, the adequacy rate (R2) and the error of the regression model in all three modes of the equations are ready for all four force levels. Using the equations, it becomes clear that the error in the second and third-order equations are reduced by 81% and 90% compared to the first-order equations.

Table 2. Comparison of the various regression models

Model order	Efficiency (%)	Error (nm)
First	89.15	24.42
Second	99.61	4.64
Third	99.95	2.41

In the following, unlike the previous part, all the experimental data are not used for training in the regression model, and only two series of data related to the forces of 8 and 11 nanonewtons are used in determining the deflection formulas of the nanobeam using the regression model. Then the obtained formulas are used to predict the deflection of the nanobeam at a force of 9.5 nanonewtons (as interpolation) and 12.5 nanonewtons (as extrapolation). Table 3 shows the efficiency of the model (R2) and the error of the regression model for three cases, the first, second, and third-degree equation, and the use of two force levels.

Table 3. Comparison of the various regression models

Model order	Efficiency (%)	Error (nm)
First	89.53	24.55
Second	99.59	4.88
Third	99.94	2.84

3. Conclusion

The results of the design of the experiments were obtained by using method and regression analysis in two modes of 4 forces and 2 forces and they were compared. The results are as follows: the first-order regression model is not suitable for analyzing and predicting the behavior of chromium nanobeams. The length of the beam has a greater impact on the results than the force. The results of the third-order regression are more appropriate and accurate than the second-order and both of them compared to the first-order in both cases of 4 forces levels and 2 forces levels, and have less error.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

انجمن مهندسی ساخت و تولید ایران

دانشگاه فردوسی مشهد

مدل‌سازی خیز بزرگ نانوتیرهای کرومی با استفاده از روش طراحی آزمایش‌ها*

مقاله پژوهشی

وحید مدانلو[(۱)] یاسر تقی‌پور لاهیجانی[(۲)] احمد مشایخی[(۳)] بهنام آخوندی[(۴)]

DOI: 10.22067/jacsm.2023.83862.1198

چکیده در این مقاله، خیز نانوتیرهای کرومی با استفاده از روش طراحی آزمایش‌ها بررسی شده است. با استفاده از روش فاکتوریل کامل، تعداد ۱۰۰ آزمایش طراحی شده که در آن طول و نیروی وارد بر نانوتیر به ترتیب در ۲۵ و ۴ سطح به عنوان متغیرهای ورودی و خیز نانوتیر به عنوان خروجی در نظر گرفته شد. در ابتدا، از هر ۴ سطح نیرو (۸، ۹/۵، ۱۱ و ۱۲/۵ نانونیوتن)، برای تحلیل استفاده شده و معادلاتی بسته برای تخمین خیز نانوتیر حاصل شد. نتایج نشان داد که تأثیر طول نانوتیر بیشتر از نیروی وارد بر نانوتیر است به‌طوری که با افزایش طول، میزان خیز به‌صورت درجه سه تغییر می‌کند. مدل رگرسیون درجه سوم، با دقت بالایی خیز نانوتیر را پیش‌بینی کرده و میزان خطای آن نسبت به مدل‌های رگرسیون درجه اول و دوم کمتر است. در ادامه، از دو سطح نیرو (۸ و ۱۱ نانونیوتن) برای تحلیل استفاده شده و معادلات جدیدی برای تخمین خیز نانوتیر حاصل شد. از معادلات جدید برای درون‌یابی و برون‌یابی خیز نانوتیر به ترتیب در نیروهای ۹/۵ و ۱۲/۵ نانونیوتن استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل رگرسیون با استفاده از دو سطح نیرو نیز با دقت زیادی میزان خیز نانوتیر را پیش‌بینی می‌کند. نتایج این تحقیق نشان داد که بدون نیاز به انجام آزمایش‌های بیشتر و صرف هزینه، یا انجام محاسبات پیچیده و حل معادلات دیفرانسیل، می‌توان خیز نانوتیر را با فرمول‌هایی جبری و با دقت بالا تخمین زد.

واژه‌های کلیدی نانوتیر، خیز بزرگ، مدل رگرسیون، طراحی آزمایش.

Modeling of Large Deflection of the Chromium Nanobeams Using Design of Experiments Method

Vahid Modanloo Yasser Taghipour Lahijani Ahmad Mashayekhi Behnam Akhoundi

Abstract *This paper investigates the deflection of chromium nanobeams using the design of experiments method. Using the full factorial method, a number of 100 experiments were designed in which the length and the force on the nanobeam were considered input variables at 25 and 4 levels, respectively and the deflection of the nanobeam was considered output. First, all 4 force levels (8, 9.5, 11, and 12.5 nN) were used for the analysis, and closed-form equations were obtained to estimate the deflection of the nanobeam. The results showed that the effect of the length is more than the force, by increasing the length so that the deflection changes with third degree. The third-order regression model predicts the deflection with high accuracy, and its error value is lower than the first and second-order regression models. Afterward, two levels of force (8 and 11 nN) were used for analysis, and new equations were obtained to estimate the deflection of the nanobeam. The new equations were used for interpolation and extrapolation of the nanobeam's deflection in forces of 9.5 and 12.5 nN, respectively. The results demonstrated that the regression model using two force levels accurately predicts the deflections of nanobeams as well. The results of this research demonstrated that it is possible to estimate the nanobeam's deflection without the need to perform more experiments and spend cost, perform complex calculations, and solve differential equations; the nanobeam's deflection can be accurately estimated with algebraic formulas.*

Key Words Nanobeam, Large Deflection, Regression Model, Design of Experiment.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۲/۵/۱۹ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۲/۷/۱۶ می‌باشد.

(۱) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، کرمان، ایران.

Email: v.modanloo@sirjantech.ac.ir

(۲) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ولی‌عصر رفسنجان، رفسنجان، کرمان، ایران.

(۳) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، کرمان، ایران.

(۴) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، کرمان، ایران.

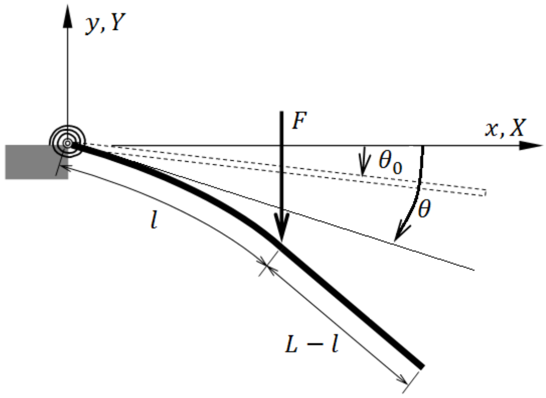
مقدمه

در بین سازه‌های کوچک در مقیاس میکرو و نانو شامل نانوتیرها، نانولوله‌ها، نانوسیم‌ها، نانوورق‌ها و نانوپوسته‌ها، نانوتیرها به خاطر سادگی و کاربرد زیاد بیشتر مورد توجه پژوهشگران هستند. در مقایسه با تیرها در مقیاس ماکروسکوپی، نانوتیرها نسبت سطح به حجم بسیار بالاتری دارند به‌طوری که انرژی سطح آن‌ها ممکن است نقش مهمی ایفا کند. به‌علاوه، آن ها اغلب به دلیل نسبت‌های باریکی بزرگ و محدوده تغییر شکل الاستیک بزرگ‌تر، خیزهای بزرگی را تحمل می‌کنند. در نتیجه، دارای کاربردهایی مانند محرک‌های با فرکانس فوق‌العاده بالا و حسگرهای بسیار حساس در سامانه‌های نانومکانیکی، نانوالکترومکانیکی و حسگرهای زیستی می‌باشند [1-5].

تاکنون روش‌های تجربی مختلفی مانند آزمایش‌های کششی، آزمون‌های خمش و آزمایش‌های تحریک تشدید برای تحلیل و پیش‌بینی رفتار نانوتیرها در مقیاس نانو استفاده شده‌اند [6-8]. خمش نانوتیرها با استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی (Atomic force microscopy) یکی از آزمایش‌های رایج برای تحلیل رفتار سازه‌ها در مقیاس نانو است. نیلسون و همکاران [9] رفتار مکانیکی نانوتیرهای کرومی را به‌صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نانوتیرهای کرومی یکسرگیردار با ضخامت ۵۰ نانومتر را ساخته و با استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی، خیز حاصل از بارگذاری آن‌ها را اندازه‌گیری کردند. آن‌ها شبیه‌سازی داده‌های تجربی با یک مدل با خیز کوچک، با شرط وابستگی خواص مکانیکی به‌اندازه طول و مقدار بارگذاری را امکان‌پذیر دانستند. نیلسون و همکاران [10] در کاری مشابه مرجع [9]، نانوتیرهای یکسرگیردار در دو ضخامت ۶۸ و ۸۳ نانومتر را ساخته و مورد آزمایش و تحلیل قرار دادند. ساندرگارد و همکاران [11] با استفاده از تئوری اویلر و خیز بزرگ، رفتار نانوتیرهای یکسرگیردار کرومی مرجع [10] را شبیه‌سازی کردند. آن‌ها داده‌های تجربی را با یک مدل ریاضی و خواص مکانیکی وابسته به‌اندازه سازه شبیه‌سازی کردند. ساپساتیارن و راجاپاکسه [12] یک مدل خیز بزرگ برای نانوتیرها ارائه دادند که اثرات سطح را در نظر می‌گرفت. آن‌ها نشان دادند که مدل پیشنهادی قادر به شبیه‌سازی آزمایش‌های مرجع [10] است. تقی‌پور و برادران [13] یک مدل اجزای محدود برای تحلیل خیز بزرگ تیرها ارائه دادند که اثرات سطح را در نظر می‌گرفت. مدل پیشنهادی آن‌ها، علاوه بر شبیه‌سازی نتایج آزمایش‌های مرجع [10]، نتایج مرجع [9] را با دقت پیش-بینی می‌کرد. تقی‌پور و دارفرین [14] مدل‌های مختلف تحلیل خیز بزرگ تیرها و ویژگی‌های آن‌ها را بررسی کردند. در نهایت، دقت آن‌ها را مقایسه کردند. نادری و همکاران [15] پاسخ‌های ارتعاشی آزاد و اجباری یک نانوتیر متشکل از مواد مدرج تابعی یک‌لایه دی‌الکتریک از پیزوالکتریک و فلکسو الکتریک را بررسی کردند. تقی‌پور و زینلی [16] یک مدل برای تحلیل خیز بزرگ نانوتیرهای ساخته شده از مواد مدرج تابعی ارائه دادند که اثرات سطح را در نظر می‌گرفت. دربان و همکاران [17] کمانش میکرو و نانوتیرهای ترک‌خورده یکسرگیردار را بررسی کردند. خاتر [18] یک مدل تعمیم‌یافته برای نانوتیرهای منحنی که انرژی سطحی را در خود جای داده است، ارائه کردند. رئیسی و برادران [19] خیز بزرگ نانوتیر را با توجه به تئوری تنش زوج اصلاح‌شده با اثرات سطحی با استفاده از روش اجزای محدود مورد مطالعه قراردادند. فقیدیان و همکاران [20] خمش غیرخطی مخلوطی از نانوتیرهای گرادیان واحد را بررسی کردند. وانگ و همکاران [21] امکان جذب انرژی و همچنین پاسخ زمانی یک میکروپرتو منحنی سه لایه از مواد پیزوالکتریک را بررسی کردند. نادری و همکاران [22] دینامیک نانوتیرهای پیزو مغناطیسی تعبیه‌شده در محیط ویسکوالاستیک را از طریق مدل سازگار و بدون پارادوکس تئوری غیرمحلی مورد مطالعه قراردادند. چندل و همکاران [23] با استفاده از تئوری اغتشاش مرتبه اول با روش اجزای محدود، ویژگی‌های ارتعاش ترموالاستیک وابسته به‌اندازه نانوتیرهای متخلخل مواد مدرج تابعی را بررسی کردند.

همان‌طور که اشاره گردید، برای تحلیل رفتار نانوتیرها به روش‌های آزمایشگاهی [9,10] و یا تئوری‌های پیچیده [11-13] و [15] و [17-20] با فرضیات مختلفی مانند شیب اولیه و سختی خمشی تکیه‌گاه نیاز است، که در شکل (۱) به‌صورت شماتیک نشان داده‌شده است [11-13]. از طرفی، روش طراحی آزمایش مجموعه‌ای از روش‌های آماری و ریاضی مفید برای توسعه، بهبود و بهینه‌سازی فرایندها است که می‌تواند در جمع‌آوری، پردازش، تجزیه و تحلیل داده‌ها بسیار سودمند باشد. با روش طراحی آزمایش می‌توان عامل بهینه برای دستیابی به بهترین نتیجه را تعیین کرد. به‌علاوه، می‌توان به یک رابطه

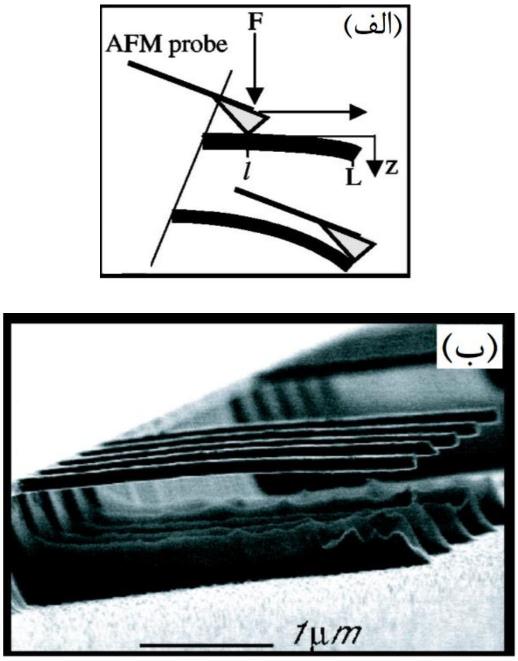
تقریبی مناسب بین متغیرهای ورودی و خروجی دست یافت [24-27]. پژوهشگران تاکنون از روش‌های مختلف طراحی آزمایش مانند سطح پاسخ، تاگوچی، فاکتوریل کامل و فاکتوریل کسری برای بهینه‌سازی مسائل مختلف مهندسی استفاده کرده‌اند که از مهمترین آن‌ها می‌توان به شکل‌دهی فلزات [11-13]، پرداخت‌کاری سطح سیلندرهای چاپ [11-13]، پرینت سه-بعدی مواد کامپوزیتی [11-13] و ماشین‌کاری به کمک لیزر [11-13] اشاره نمود. هدف اصلی تحقیق حاضر، نشان دادن قابلیت روش طراحی آزمایش در شبیه‌سازی رفتار نانوتیر یکسرگیردار کرومی با گزارش خیز آن بر اساس طول و نیرو است. به همین منظور، برای اولین بار تأثیر پارامترهای طول نانوتیر و نیروی وارد بر آن با استفاده از روش فاکتوریل کامل بررسی خواهد شد. در پایان، مدل‌های رگرسیون مختلف به‌منظور پیش‌بینی میزان خیز بزرگ نانوتیر استخراج و دقت مدل‌های مختلف با هم مقایسه خواهند شد.



شکل ۱ نمایش نانوتیر با تکیه‌گاه گیردار اصلاح‌شده با شیب اولیه و فنر خمشی [13]

مواد، تجهیزات و روش‌ها

در این مقاله، خیزهای نانوتیرهای یکسرگیردار کرومی گزارش‌شده در مراجع [9,10] با طول ۳۰۰۰ نانومتر، با عرض متغیر ۱۵۰ نانومتر در سر تیر و ۲۰۰ نانومتر در تکیه‌گاه و ضخامت ۶۸ نانومتر برای طراحی آزمایش مورد استفاده قرار گرفتند. مطابق با مرجع [9]، خیز نانوتیرهای کرومی یکسرگیردار تحت بارگذاری‌های مختلف و در طول‌های مختلف اندازه‌گیری شده، که در شکل (۲) نشان داده‌شده‌است.



شکل ۲ (الف) چیدمان آزمایشگاهی محاسبه خیز نانوتیر با میکروسکوپ نیروی اتمی [9]، (ب) تصویر میکروسکوپ الکترونی روبشی (Scanning electron microscopy) از نانوتیرهای کرومی [11]

هدف اصلی روش طراحی آزمایش‌ها، انتخاب بهترین حالت آزمایش است که با استفاده از آن بتوان فرایند مورد نظر را به مطلوب‌ترین شکل ممکن بررسی کرد [27]. از طراحی آزمایش به روش فاکتوریل کامل، زمانی استفاده می‌شود که تعداد یا سطوح پارامترهای ورودی زیاد باشد. در این حالت امکان بررسی کلیه اثرات متقابل و انجام آزمایش‌ها به‌صورت موازی وجود دارد و نتایج آزمایش‌ها نیز از یکدیگر مستقل می‌باشد. ولی زیاد بودن تعداد آزمایش‌ها، طولانی بودن زمان اجرا و افزایش هزینه‌ها نیز از معایب آن است [28]. در این مقاله، پارامترهای طول نانوتیر و نیروی وارد بر نانوتیر به عنوان متغیرهای ورودی در نظر گرفته شدند و تأثیر آن‌ها بر روی خیز نانوتیر بررسی و تحلیل خواهد شد. پارامتر طول در ۲۵ سطح (از ۲۴۰ تا ۲۹۹۰ نانومتر) و پارامتر نیرو در ۴ سطح (۸، ۹/۵، ۱۱ و ۱۲/۵ نانونیوتن) در نظر گرفته شدند. در نتیجه، تعداد ۱۰۰ آزمایش مطابق با جدول (۱) طراحی شدند. محدوده مقدار پارامترهای ورودی بر اساس نتایج تجربی گزارش شده در مرجع [10] تعیین شده است. برای طراحی آزمایش‌ها و تحلیل نتایج از نرم‌افزار مینی‌تب استفاده شده است [29].

جدول ۱ آزمایش‌های طراحی شده به روش فاکتوریل کامل

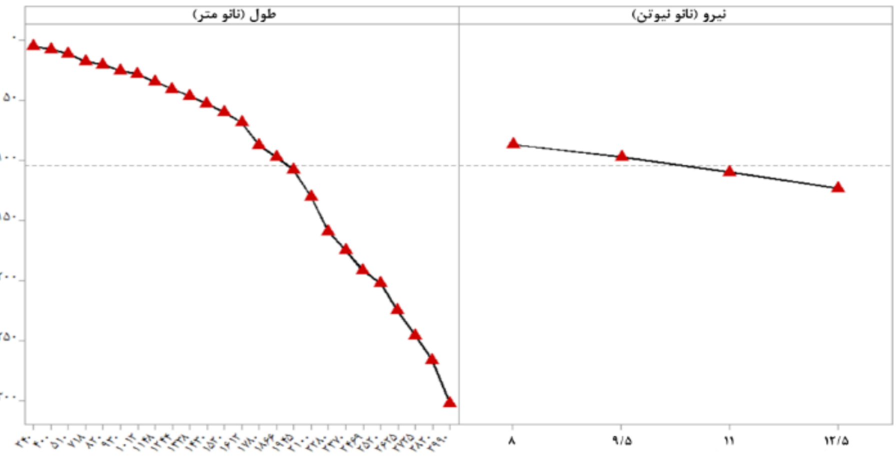
آزمایش	طول (نانومتر)	نیرو (نانونیوتن)	آزمایش	طول (نانومتر)	نیرو (نانونیوتن)
۱	2990	11	51	1945	11
۲	1612	12/5	52	1430	12/5
۳	2520	8	53	2100	11
۴	1148	8	54	1780	12/5
۵	2725	12/5	55	2370	8
۶	2469	12/5	56	2100	8
۷	2625	8	57	2100	9/5
۸	2280	11	58	1012	12/5
۹	2370	9/5	59	1520	11
۱۰	1430	8	60	2520	11
۱۱	2370	11	61	1866	8
۱۲	1520	12/5	62	1244	11
۱۳	510	8	63	2100	12/5
۱۴	1866	9/5	64	1148	11
۱۵	510	9/5	65	718	12/5
۱۶	2520	12/5	66	240	12/5
۱۷	2469	8	67	1338	11
۱۸	930	8	68	718	11
۱۹	1866	12/5	69	1244	12/5
۲۰	2725	11	70	400	8
۲۱	2820	8	71	240	11
۲۲	2990	8	72	1945	8
۲۳	1612	9/5	73	510	12/5
۲۴	1148	9/5	74	1780	11
۲۵	2725	9/5	75	1148	12/5
۲۶	400	9/5	76	1945	9/5
۲۷	2625	9/5	77	240	9/5
۲۸	718	9/5	78	1430	9/5
۲۹	2990	9/5	79	1780	8
۳۰	240	8	80	820	9/5
۳۱	820	8	81	1338	12/5
۳۲	2280	12/5	82	930	12/5
۳۳	1012	11	83	400	11
۳۴	2625	11	84	2625	12/5
۳۵	1520	9/5	85	1338	8
۳۶	2280	8	86	1520	8
۳۷	1244	8	87	1012	8

ادامه جدول ۱ آزمایش‌های طراحی شده به روش فاکتوریل کامل

۳۸	930	9/5	88	2520	9/5
۳۹	2820	9/5	89	1338	9/5
۴۰	2280	9/5	90	2725	8
۴۱	400	12/5	91	1244	9/5
۴۲	718	8	92	1430	11
۴۳	2820	12/5	93	820	12/5
۴۴	1866	11	94	930	11
۴۵	1612	11	95	2820	11
۴۶	820	11	96	2469	9/5
۴۷	1612	8	97	510	11
۴۸	2370	12/5	98	2469	11
۴۹	1945	12/5	99	1780	9/5
۵۰	2990	12/5	100	1012	9/5

جدول ۲ نتایج خیز نانوتیر

آزمایش	خیز (نانومتر)	آزمایش	خیز (نانومتر)	آزمایش	خیز (نانومتر)	آزمایش	خیز (نانومتر)
۱	-320/463	۲۶	-7/191	51	-112/903	76	-99/593
۲	-78/412	۲۷	-208/242	52	-60/023	77	-5/198
۳	-166/996	۲۸	-16/146	53	-136/830	78	-51/007
۴	-32/952	۲۹	-280/776	54	-103/699	79	-72/995
۵	-294/101	۳۰	-4/292	55	-144/407	80	-18/876
۶	-227/324	۳۱	-20/650	56	-106/635	81	-52/878
۷	-183/413	۳۲	-189/816	57	-121/448	82	-27/947
۸	-167/380	۳۳	-29/647	58	-29/722	83	-8/422
۹	-162/278	۳۴	-238/474	59	-61/990	84	-270/324
۱۰	-47/069	۳۵	-58/141	60	-212/576	85	-42/257
۱۱	-184/880	۳۶	-131/348	61	-81/078	86	-53/245
۱۲	-67/169	۳۷	-36/831	62	-42/001	87	-28/025
۱۳	-10/816	۳۸	-23/892	63	-155/780	88	-188/934
۱۴	-90/110	۳۹	-247/726	64	-36/194	89	-44/526
۱۵	-10/673	۴۰	-148/399	65	-18/378	90	-198/764
۱۶	-240/943	۴۱	-8/581	66	-4/995	91	-37/915
۱۷	-158/807	۴۲	-18/521	67	-47/087	92	-53/732
۱۸	-24/879	۴۳	-318/909	68	-17/589	93	-22/104
۱۹	-116/469	۴۴	-101/585	69	-45/691	94	-25/982
۲۰	-260/448	۴۵	-70/927	70	-7/604	95	-284/122
۲۱	-214/914	۴۶	-21/531	71	-4/923	96	-177/187
۲۲	-242/200	۴۷	-59/485	72	-89/645	97	-11/872
۲۳	-65/971	۴۸	-207/924	73	-12/489	98	-203/872
۲۴	-32/528	۴۹	-130/046	74	-91/200	99	-81/158
۲۵	-230/204	۵۰	-365/785	75	-36/198	100	-26/115



شکل ۳ تأثیر پارامترهای ورودی بر روی خیز نانوتیر با در نظر گرفتن ۴ سطح نیرو

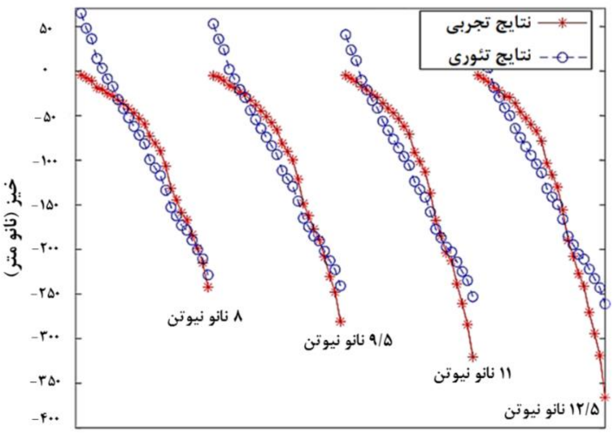
نتایج و بحث

در این بخش تأثیر پارامترهای ورودی (طول و نیرو) بر روی خیز نانوتیر بررسی و بحث خواهد شد. جدول (۲) نتایج خیز نانوتیر حاصل از آزمایش‌های طراحی‌شده (جدول ۱) را نشان می‌دهد. همچنین شکل (۳) تأثیر پارامترهای ورودی با در نظر گرفتن هر ۴ سطح نیرو را بر روی خیز نانوتیر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش طول نانوتیر، میزان خیز نانوتیر به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش نیروی وارد بر نانوتیر، میزان خیز به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. با مقایسه اثر دو پارامتر مشخص شد که پارامتر طول در مقایسه با پارامتر نیرو تأثیر بیشتری روی میزان خیز نانوتیر دارد. از آن‌جایی که تأثیر پارامترهای ورودی با در نظر گرفتن دو سطح نیرویی ۸ و ۱۱ نانونیوتن نیز رفتاری مشابه شکل (۳) داشتند، از آوردن آن خودداری شده است. در ادامه از روش رگرسیون برای برازش داده‌های تجربی در دو حالت استفاده شد: حالت اول، استفاده از هر چهار سطح نیرویی (۸، ۹/۵، ۱۱ و ۱۲/۵ نانونیوتن) و حالت دوم، استفاده از دو سطح نیرویی ۸ و ۱۱ نانونیوتن.

استفاده از چهار سطح نیرو

در این قسمت از داده‌های تجربی در سطوح نیرویی ۸، ۹/۵، ۱۱ و ۱۲/۵ نانونیوتن برای تحلیل رگرسیون استفاده شده است. برای این منظور چند معادله برای پیش‌بینی میزان خیز نانوتیر بر اساس پارامترهای ورودی به‌دست آمد. در ابتدا میزان خیز نانوتیر با استفاده از معادله درجه اول پیش‌بینی شد. معادله (۱) مدل رگرسیون برای خیز نانوتیر بر اساس پارامترهای ورودی را نشان می‌دهد که در آن L و F به ترتیب بیانگر طول (برحسب نانومتر) و نیرو (برحسب نانونیوتن) هستند. همچنین میزان کفایت این مدل (R^2) برابر با ۸۹/۱۵٪ به دست آمد. شکل (۴) خیر نانوتیر به‌دست‌آمده از این مدل رگرسیون را با داده‌های تجربی واقعی مقایسه می‌کند. همان‌طور که قابل مشاهده است، معادله درجه اول نمی‌تواند به‌خوبی داده‌های تجربی میزان خیز نانوتیر را پیش‌بینی کند و مقدار خطای میانگین قدرمطلق پیش‌بینی خیز ۲۴/۴۲ نانومتر به‌دست آمد.

$$\text{eflection (nm)} = -155.4 + 106.76L + 8.10F \qquad (۱)$$

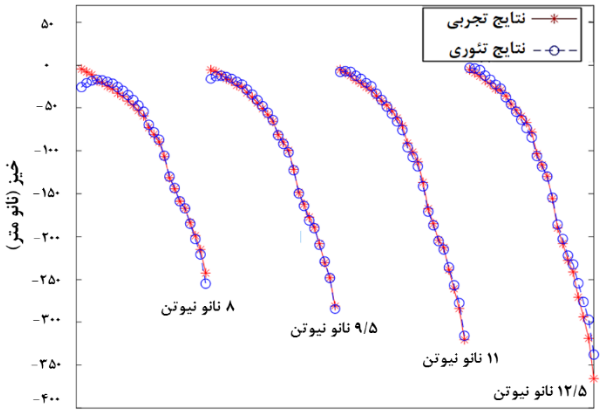


شکل ۴ مقایسه مدل رگرسیون درجه اول با میزان خیز تجربی نانوتیر (با در نظر گرفتن ۴ سطح نیرو)

در ادامه، از معادله درجه دوم برای پیش‌بینی میزان خیز نانوتیر استفاده شد. معادله (۲) مدل رگرسیون درجه دوم برای

خیز نانوتیر بر اساس پارامترهای ورودی را نشان می‌دهد که در آن میزان R^2 برابر با ۹۹/۶۱٪ به دست آمد. مقایسه پیش‌بینی خیز توسط مدل رگرسیون درجه دوم با داده‌های تجربی در شکل (۵) نشان داده‌شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است، معادله درجه دوم با دقت قابل قبولی میزان خیز نانوتیر را پیش-بینی می‌کند و میزان خطای میانگین قدر مطلق در این حالت ۴/۶۴ نانومتر به دست آمد.

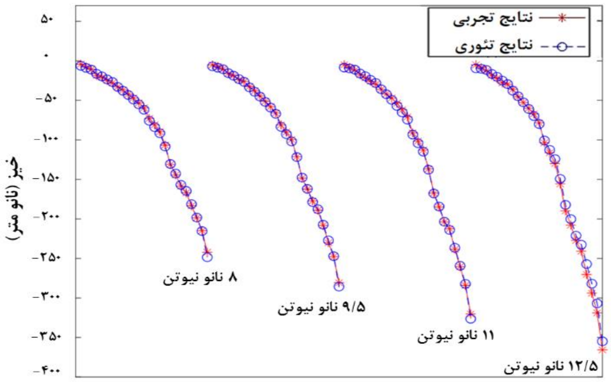
$$\text{Deflection (nm)} = 139.1 - 140.53L - 15.50F + 45.20L^2 + 0.367F^2 + 9.699L \times F \quad (۲)$$



شکل ۵ مقایسه مدل رگرسیون درجه دوم با میزان خیز تجربی نانوتیر (با در نظر گرفتن ۴ سطح نیرو)

در پایان، به‌منظور دستیابی به مدل رگرسیون با دقت بالاتر، از معادله درجه سوم برای پیش‌بینی میزان خیز نانوتیر استفاده شد. مدل رگرسیون درجه سوم برای خیز نانوتیر بر اساس پارامترهای ورودی به‌صورت معادله (۳) به‌دست آمد که میزان R^2 برابر با ۹۹/۹۵٪ حاصل شد. همچنین شکل (۶) مقایسه مدل رگرسیون حاصل را با داده‌های تجربی نشان می‌دهد. همان‌طور که قابل مشاهده است، معادله درجه سوم با دقت بسیار بالایی میزان خیز نانوتیر را پیش‌بینی می‌کند و میزان خطای مذکور به ۲/۴۱ نانومتر کاهش یافته است.

$$\text{Deflection (nm)} = 48.1 + 80.9L - 16.2F - 31.66L^2 + 1.79F^2 - 10.57L \times F + 5.679L^3 - 0.0579F^3 + 4.835L^2 \times F + 0.217L \times F^2 \quad (۳)$$



شکل ۶ مقایسه مدل رگرسیون درجه سوم با میزان خیز تجربی نانوتیر (با در نظر گرفتن ۴ سطح نیرو)

در جدول (۳)، میزان کفایت مدل (R^2) و خطای مدل رگرسیون برای سه حالت، معادله درجه اول، دوم و سوم در این قسمت، یعنی استفاده از چهار سطح نیرو، آمده است. همچنین قابل ذکر است که برای محاسبه خطا از معادله (۴) استفاده شده است.

$$\text{Error} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|v_{e,i} - v_{p,i}\right| \quad (۴)$$

در رابطه فوق خطا از نوع میانگین قدر مطلق، n تعداد خیزهای مورد بررسی، v_e خیز تجربی و v_p خیز محاسبه شده با مدل رگرسیون است. با مقایسه سه معادله رگرسیون به‌دست آمده، مشخص می‌شود که با استفاده از معادله درجه دوم و سوم نسبت به درجه اول، خطا به ترتیب به مقدار ۸۱ و ۹۰٪ کاهش یافته است. با این‌که استفاده از معادله رگرسیون درجه سوم نسبت به درجه دوم، کاهش مقدار خطا چشم‌گیر نیست، ولی با بررسی و مقایسه شکل‌های (۵) و (۶)، دقت بالاتر معادله درجه سوم نسبت به درجه دوم، در پیش‌بینی خیز نانوتیرها با طول‌های کوتاه‌تر قابل مشاهده است. در نتیجه، مشخص می‌شود که رگرسیون درجه سوم برای مدل‌سازی میزان خیز نانوتیر مؤثرتر و کاراتر است.

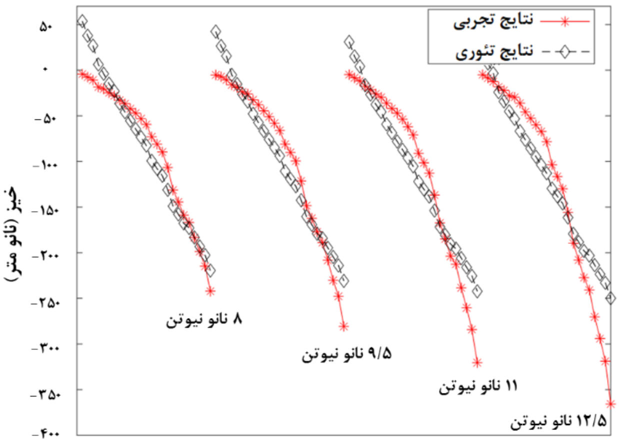
جدول ۳ کفایت (R^2) و خطای مدل رگرسیون با استفاده از چهار سطح نیرو

درجه معادله	کفایت مدل (٪)	خطا (نانومتر)
اول	۸۹/۱۵	۲۴/۴۲
دوم	۹۹/۶۱	۴/۶۴
سوم	۹۹/۹۵	۲/۴۱

استفاده از دو سطح نیرو

در این قسمت، برخلاف قسمت قبلی از تمامی داده‌های تجربی برای آموزش در مدل رگرسیون استفاده نمی‌شود و صرفا دو سری داده‌های مربوط به نیروهای ۸ و ۱۱ نانونیوتنی در تعیین فرمول‌های خیز نانوتیر با استفاده از مدل رگرسیون استفاده می‌شود. سپس فرمول‌های به‌دست‌آمده برای پیش‌بینی خیز نانوتیر در نیروی ۹/۵ نانونیوتن (به عنوان درون‌یابی) و همچنین ۱۲/۵ نانونیوتن (به عنوان برون‌یابی) استفاده می‌شوند. مانند قسمت قبل، ابتدا بر روی این داده‌های تجربی جدید، با استفاده از مدل رگرسیون، فرمولی خطی مطابق معادله (۵) به دست آمد. سپس از این معادله برای تخمین خیز نانوتیر در تمامی سطوح نیرویی استفاده شد. نتیجه به‌صورت تصویری در شکل (۷) قابل رؤیت است. در این حالت خطای میانگین قدر مطلق تخمین خیز تیر ۲۴/۵۵ نانومتر است. از شکل (۵) می‌توان دریافت که مجددا مدل خطی در تخمین خیز نانوتیر ناتوان است.

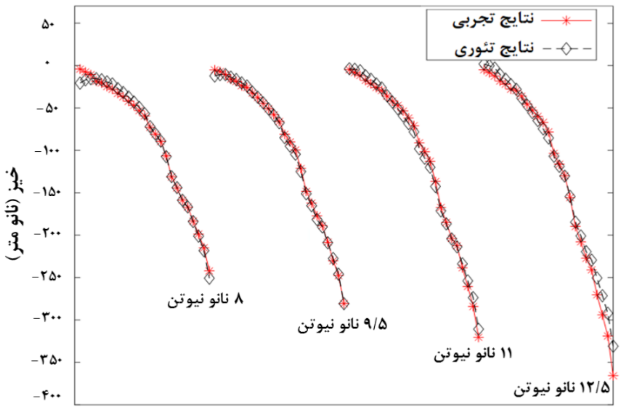
$$\text{Deflection (nm)} = -138.2 + 99.37L + 7.58F \qquad (۵)$$



شکل ۷ مقایسه مدل رگرسیون درجه اول با میزان خیز تجربی نانوتیر (با در نظر گرفتن ۲ سطح نیرو)

در ادامه، خیز نانوتیر به‌صورت مدلی درجه دو از نیرو و طول مطابق معادله (۶) توسط مدل رگرسیون تخمین زده شد. خیز تخمینی توسط این معادله با خیز تجربی در شکل (۸) مقایسه شده است. از این شکل می‌توان دریافت که معادله به‌دست‌آمده با دقت نسبتا خوبی می‌تواند در نیروهای ۸ و ۱۱ نانونیوتن (استفاده شده برای به دست آوردن معادله ۶)، همچنین نیروی ۹/۵ نانونیوتنی (به عنوان درون‌یابی) و نهایتا نیروی ۱۲/۵ نانونیوتنی (به عنوان برون‌یابی) خیز نانوتیر را تخمین بزند. در این حالت مقدار خطا ۴/۸۸ نانومتر خواهد بود.

$$\text{Deflection (nm)} = 93.6 - 125.47L - 7.88F + 41.62L^2 + 9.335L \times F \qquad (۶)$$



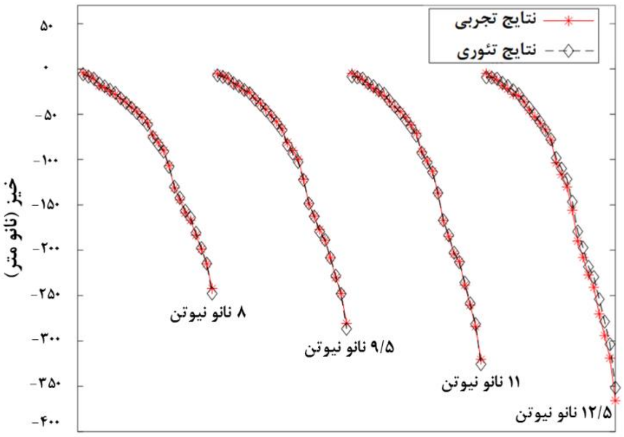
شکل ۸ مقایسه مدل رگرسیون درجه دوم با میزان خیز تجربی نانوتیر (با در نظر گرفتن ۲ سطح نیرو)

در نهایت، از دو سری داده تجربی مذکور برای یافتن مدلی درجه سوم برای تخمین خیز نانوتیر استفاده شده که مطابق با معادله (۷) به‌دست آمده است. خیز تئوری حاصل از معادله (۷) با خیز تجربی در شکل (۹) مقایسه شده‌اند. از این شکل می‌توان دریافت که مدل درجه سوم به‌خوبی می‌تواند خیز را پیش‌بینی کند، حتی اگر این مدل صرفا از دو سطح نیرویی به‌دست آمده باشد. خطای مذکور در این حالت مقدار ۲/۸۴ نانومتر به دست آمد.

$$\text{Deflection (nm)} = -14.71 + 64.8L + 2.20F - 32.38L^2 - 6.83L \times F + 5.629L^3 + 4.942L^2 \times F \qquad (۷)$$

در جدول (۴)، میزان کفایت مدل (R^2) و خطای مدل رگرسیون برای سه حالت، معادله درجه اول، دوم و سوم و استفاده از دو سطح نیرو، آمده است. با مقایسه سه معادله رگرسیون حاصل در این حالت، مشخص می‌شود که با استفاده از معادله درجه دوم و سوم نسبت به درجه اول، خطا به ترتیب به مقدار ۸۰ و ۸۸٪ کاهش یافته است. با این‌که استفاده از

معادله رگرسیون درجه سوم نسبت به درجه دوم در این حالت نیز کاهش مقدار خطا زیاد نیست، ولی با بررسی و مقایسه شکل‌های (۸) و (۹)، دقت بالاتر معادله درجه سوم نسبت به درجه دوم، در پیش‌بینی خیز نانوتیرها با طول‌های کوتاه‌تر قابل مشاهده است. در نتیجه، مشخص می‌شود که معادله رگرسیون درجه سوم برای مدل‌سازی میزان خیز نانوتیر به مراتب مناسب‌تر است. به‌عبارت‌دیگر، با توجه به‌دقت بالای مدل رگرسیون حاصل از دو سطح نیرویی، تعداد آزمایش‌ها کاهش‌یافته (نصف می‌شود)، در نتیجه منجر به صرفه‌جویی در هزینه و زمان خواهد شد.



شکل ۹ مقایسه مدل رگرسیون درجه سوم با میزان خیز تجربی نانوتیر با در نظر گرفتن ۲ سطح نیرو

جدول ۴ کفایت (R^2) و خطای مدل رگرسیون با استفاده از دو سطح نیرو

درجه معادله	کفایت مدل (٪)	خطا (نانومتر)
اول	۸۹/۵۳	۲۴/۵۵
دوم	۹۹/۵۹	۴/۸۸
سوم	۹۹/۹۴	۲/۸۴

نتیجه‌گیری

در این مقاله، تأثیر پارامترهای طول و نیرو بر روی میزان خیز نانوتیرهای کرومی با استفاده از روش طراحی آزمایش تعیین شد. برای این منظور، تعداد ۲۵ سطح برای طول نانوتیر و تعداد ۴ سطح برای نیروی وارد بر نانوتیر در نظر گرفته شد و جمعا تعداد ۱۰۰ آزمایش به روش فاکتوریل کامل طراحی و خیز نانوتیر در آن‌ها با استفاده از روش‌های تجربی استخراج شد. سپس نمودارهای اثرات اصلی پارامترها به‌دست آمد. از داده‌های تجربی به‌دست آمده یک بار از هر چهار سطح نیرویی (۸، ۹/۵، ۱۱ و ۱۲/۵ نانونیوتن) و بار دیگر صرفا از دو سطح نیرویی (۸ و ۱۱ نانونیوتن) در مدل رگرسیون استفاده شد و معادله رگرسیون برای پیش‌بینی میزان خیز نانوتیر بر اساس پارامترهای ورودی با معادلات درجه اول، درجه دوم و درجه سوم استخراج و با داده‌های تجربی مقایسه شد. با بررسی نتایج مشخص شد که:

۱. پارامتر طول نانوتیر، تأثیر بیشتری نسبت بـه نیـروی وارد بـر نانوتیر بر روی میزان خیز دارد. بـا افـزایش طـول و نیـروی وارد بر نانوتیر، میزان خیز به‌ترتیب به‌صـورت درجـه سـه و خطی افزایش می‌یابد.

۲. در هر دو حالـت اسـتفاده از چهـار و دو سـطح نیـرو، مـدل رگرسیون درجه اول برای پیش‌بینی میزان خیز نانوتیر مناسب نیست و نمی‌تواند میزان خیز را با دقت خوبی تقریب بزند.

۳. در حالت استفاده از هر چهار سـطح نیـرو، مـدل رگرسـیون درجه دوم تقریبا به‌خوبی می‌تواند خیز را پیش‌بینـی کنـد. در ایـن حالـت کفایـت مـدل (R^2) ۹۹٪/۶۱ و مقـدار خطـای میانگین قدر مطلق نیز ۴/۶۴ نـانومتر اسـت. همچنـین، مـدل رگرسیون درجه سوم برای پیش‌بینی میزان خیز نانوتیر بسـیار مناسب بوده و دارای کفایت مدل ۹۹/۹۵٪ و خطای میـانگین قدر مطلق ۲/۴۱ نانومتر است.

۴. در حالت استفاده از دو سطح نیـرو، مـدل درجـه دوم بـرای تعیین فرمول خیز نانوتیر توانسته با دقت قابل قبـولی مقـدار خیز نـانوتیر را تخمـین بزنـد. در ایـن حالـت کفایـت مـدل ۹۹٪/۵۹ و خطای مذکور ۴/۸۸ نانومتر است. به عـلاوه مـدل رگرسیون درجه سوم، خیز نانوتیر را بـا دقـت بسـیار خـوبی پیش‌بینی مـی‌کنـد. مقـدار R^2 بـالای ایـن مـدل (۹۹٪/۹۴) و خطای کم آن (۲/۸۴ نانومتر) گواه این مطلب هستند.

علائم انگلیسی

F	نیرو
L	طول
n	تعداد خیزهای مورد بررسی
R^2	مدل کفایت
v_e	خیز تجربی
v_p	خیز محاسبه شده با مدل رگرسیون

واژه نامه

میکروسکوپ نیروی اتمی	Atomic force microscopy (AFM)
میکروسکوپ الکترونی روبشی	Scanning electron microscopy (SEM)
خیز بزرگ	Large deflection
روش فاکتوریل کامل	Full factorial method

تقدیر و تشکر

مراجع

[1] Y. Jiang, L. Li, and Y. Hu, " A nonlocal surface theory for surface–bulk interactions and its application to mechanics of nanobeams," *International Journal of Engineering Science*, vol. 172, p. 103624, 2022.

[2] A. A. Nuhu and B. Safaei, " State-of-the-art of vibration analysis of small-sized structures by using nonclassical continuum theories of elasticity," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 29, no. 7, pp. 4959-5147, 2022.

[3] S. Sahmani, A. M. Fattahi, and N. Ahmed, " Analytical mathematical solution for vibrational response of postbuckled laminated FG-GPLRC nonlocal strain gradient micro-/nanobeams," *Engineering with Computers*, vol. 35, pp. 1173-1189, 2019.

[4] S. Sahmani and M. Mohammadi Aghdam, " Small scale effects on the large amplitude nonlinear vibrations of multilayer functionally graded composite nanobeams reinforced with graphene-nanoplatelets," *International Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, vol. 14, no. 3, pp. 207-227, 2018.

[5] D. Zeng and Q. Zheng, " Large deflection theory of nanobeams," *Acta Mechanica Solida Sinica*, vol. 23, no. 5, pp. 394-399, 2010.

[6] S. Cuenot, C. Frétigny, S. Demoustier-Champagne, and B. Nysten, " Surface tension effect on the mechanical properties of nanomaterials measured by atomic force microscopy," *Physical Review B*, vol. 69, no. 16, p. 165410, 2004.

[7] G. Jing et al., " Surface effects on elastic properties of silver nanowires: contact atomic-force microscopy," *Physical review B*, vol. 73, no. 23, p. 235409, 2006.

[8] E. W. Wong, P. E. Sheehan, and C. M. Lieber, " Nanobeam mechanics: elasticity, strength, and toughness of nanorods and nanotubes," *science*, vol. 277, no. 5334, pp. 1971-1975, 1997.

[9] S. Nilsson, E.-L. Sarwe, and L. Montelius, " Fabrication and mechanical characterization of ultrashort nanocantilevers," *Applied Physics Letters*, vol. 83, no. 5, pp. 990-992, 2003.

[10] S. G. Nilsson, X. Borrise, and L. Montelius, " Size effect on Young's modulus of thin chromium cantilevers," *Applied Physics Letters*, vol. 85, no. 16, pp. 3555-3557, 2004.

[11] N. Søndergaard, S. Ghatnekar-Nilsson, T. Guhr, and L. Montelius, " Understanding mechanical properties of nanostructures using Euler's theory," *Nanotechnology*, vol. 18, no. 25, p. 255502, 2007.

[12] Y. Sapsathiarn and R. Rajapakse, " A model for large deflections of nanobeams and experimental comparison," *IEEE Transactions on Nanotechnology*, vol. 11, no. 2, pp. 247-254, 2011.

[13]Y. Taghipour and G. H. Baradaran, " A finite element modeling for large deflection analysis of uniform and tapered nanowires with good interpretation of experimental results," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 114, pp. 111-119, 2016.

[14]Y. Taghipour and S. Darfarin, " A Method for Comparison of Large Deflection in Beams," *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, vol. 27, no. 4, pp. 179-193, 2022, doi: doi:10.2478/ijame-2022-0058.

[15]A. Naderi, T. Quoc-Thai, X. Zhuang, and X. Jiang, " Vibration Analysis of a Unimorph Nanobeam with a Dielectric Layer of Both Flexoelectricity and Piezoelectricity," *Materials*, vol. 16, no. 9, p. 3485, 2023.

[16]Y. Taghipour and M. Zeinali, " Functionally graded nanobeams subjected to large deflection by considering surface effects," *Scientia Iranica*, 2023. doi: 10.24200/sci.2023.60997.7113

[17]H. Darban, R. Luciano, and R. Darban, "Buckling of cracked micro-and nanocantilevers," *Acta Mechanica*, vol. 234, no. 2, pp. 693-704, 2023.

[18]M. E. Khater, " A Generalized Model for Curved Nanobeams Incorporating Surface Energy," *Micromachines*, vol. 14, no. 3, p. 663, 2023. [Online]. Available: https://www.mdpi.com/2072-666X/14/3/663

[19]E. Raeisi Estabragh and G. H. Baradaran, "Numerical study of large deflection of nanobeam according to the MCST and SE," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, pp. 1-11, 2023. https://doi.org/10.1080/15376494.2023.2180120

[20]S. A. Faghidian, K. K. Żur, and I. Elishakoff, " Nonlinear flexure mechanics of mixture unified gradient nanobeams," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 117, p. 106928, 2023/02/01/ 2023, doi: https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2022.106928.

[21]X. Wang, S. Wu, J. Yin, Z. Moradi, M. Safa, and M. Amine Khadimallah, " On the electromechanical energy absorption of the reinforced composites piezoelectric MEMS via Adaptive neuro-fuzzy inference system and MCS theory," *Composite Structures*, vol. 303, p. 116246, 2023/01/01/ 2023.
doi: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116246.

[22]A. Naderi, S. Behdad, and M. Fakher, " Size dependent effects of two phase viscoelastic medium on damping vibrations of smart nanobeams: an efficient implementation of GDQM," *Smart Materials and Structures*, vol. 31, no. 4, p. 045007, 2022/02/24 2022.

[23]V. S. Chandel and M. Talha, " Stochastic thermo-elastic vibration characteristics of functionally graded porous nano-beams using first-order perturbation-based nonlocal finite element model," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 236, no. 15, pp. 8563-8581, 2022, doi: 10.1177/09544062221086242.

[24] Hamada, H.M. Al-Attar, A.A. Tayeh, B. Bin Mat Yahaya, F. Abu Aisheh, Y.I. "Optimising concrete containing palm oil clinker and palm oil fuel ash using response surface method," *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 14 no.10, pp. 102150, 2023. https://doi.org/10.1016/j.asej.2023.102150

[25] Ba, E.C.T. Martins, P.S. dos Santos, C.E. Maia, L.H.A. Barbosa, J.W. Dumont, M.R. "Study of the behavior of skewness (Rsk) and kurtosis (Rku) parameters in the dry drilling process of Al-Mg-Si alloy 6351 T6 using a Diamond-Like Carbon coated high-speed steel tool," *Tribology International*, vol. 191, pp. 109149, 2024,

doi: https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.109149.

[26] J. Shao, Z. Fan, Y. Huang, Y. Zhan, and Q. Cai, " Multi-objective optimization of double-walled steel cofferdams based on response surface methodology and particle swarm optimization algorithm," in Structures, *Elsevier*, vol. 49:pp. 256-266. 2023.

[27]V. Alimirzaloo and V. Modanloo, "Investigation of the forming force in torsion extrusion process of aluminum alloy 1050," *International Journal of Engineering*, vol. 30, no. 6, pp. 920-925, 2017.

[28]D. C. Montgomery, Design and analysis of experiments. John wiley & sons, 2017.

[29]M. Moradian, A. Doniavi, V. Modanloo, and V. Alimirzaloo, " Process parameters optimization in gas blow forming of pin-type metal bipolar plates using Taguchi and finite element methods," vol. 10, no. 2. Pp.101-108 2017.